

令和7年度 一般選抜個別学力検査【前期日程】「理科（物理）」出題意図・解答例（略解）

I 出題意図： 重力と摩擦力を組み合わせた運動を正しく考察できるかをみるとともに、力学の基本的な理解を問うた。

問 1

- (1) 小物体がすべりはじめるためには、斜面に沿って上向きの摩擦力より、斜面に沿って下向きの重力が大きくなる必要がある。また、その時の摩擦力の大きさは、(静止摩擦係数) $\times$ (垂直抗力)により計算できるので、 $\mu_{sA}m_Ag \cos \theta < m_Ag \sin \theta$ となる。これより、 $\tan \theta > \mu_{sA}$ となる。
- (2) 小物体 A が斜面をすべっているとき、小物体にはたらく斜面に沿って下向きの力の大きさ F は、 $F = m_Ag \sin \theta - \mu_{kA}m_Ag \cos \theta = m_Aa$ となる。これより、 $a = g(\sin \theta - \mu_{kA} \cos \theta)$ となる。

問 2

- (1) 衝突までにかかる時間を t とすると、 $v = at$ となる。また $L = \frac{1}{2}at^2$ より、 $t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ なので、 $\underline{v = at = a\sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2aL} = \sqrt{2gL(\sin \theta - \mu_{kA} \cos \theta)}}$ となる。
- (2) 仕事は、力とその力の向きに動いた距離の積で表されるので、重力が小物体 A にした仕事 W_g は、小物体 A にはたらく斜面に沿った重力の大きさ $m_Ag \sin \theta$ と移動距離 L を用いて、 $\underline{W_g = m_AgL \sin \theta}$ となる。垂直抗力の方向には小物体は動いていないので、垂直抗力がした仕事 $\underline{W_N = 0}$ となる。摩擦力が小物体 A にした仕事 W_f は、小物体 A にはたらく摩擦力 $\mu_{kA}m_Ag \cos \theta$ の向きと小物体が動く向きは逆なので、 $\underline{W_f = -\mu_{kA}m_AgL \cos \theta}$ となる。
- (3) 小物体 A と小物体 B は、はね返らずに一体となっているので、 $\underline{e = 0}$ となる。

問 3 小物体 B にはたらく力を考える。 $\theta = \theta_0$ のときは、 $m_Bg \sin \theta_0 + (m_Ag \sin \theta_0 - \mu_{sA}m_Ag \cos \theta_0) = \mu_{sB}m_Bg \cos \theta_0$ となる。これより、 $\underline{\mu_{sB} = \tan \theta_0 + \frac{m_A}{m_B} \tan \theta_0 - \frac{m_A\mu_{sA}}{m_B}}$ となる。

II 出題意図：点電荷が作る電場（電界）と電位，その中での荷電粒子の運動に関する基礎事項を問うた。

問 1

- (1) 電位 V は，点 A にある点電荷が作る電位 V_A と点 B にある点電荷が作る電位 V_B の和で与えられる ($V = V_A + V_B$)。

$$V_A = \frac{kq}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}, \quad V_B = \frac{kq}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}$$

$$V = kq \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} \right\}$$

- (2) 電場 $\vec{E} = (E_x, E_y)$ は，点 A にある点電荷が y 軸上の点に作る電場 $\vec{E}_A$ と，点 B にある点電荷が y 軸上の点に作る電場 $\vec{E}_B$ の和で与えられる ($\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$)。

$$\vec{E}_A = \frac{kq}{(a^2 + y^2)^{3/2}}(a, y), \quad \vec{E}_B = \frac{kq}{(a^2 + y^2)^{3/2}}(-a, y)$$

$$\underline{E_x = 0}, \quad \underline{E_y = \frac{2kqy}{(a^2 + y^2)^{3/2}}}$$

- (3) 電気量 Q を持つ荷電粒子にはたらく力 $\vec{F} = (F_x, F_y)$ は $\vec{F} = Q\vec{E}$ なので

$$\underline{F_x = 0}, \quad \underline{F_y = \frac{2kQqy}{(a^2 + y^2)^{3/2}}}$$

- (4) 問 1 (1) で求められた電位を座標 (x, y) の関数として $V(x, y)$ と書くと，荷電粒子の位置エネルギーは $QV(x, y)$ で与えられる。 $F_x = 0$ であるから荷電粒子は y 軸上を運動する。荷電粒子が原点 O を通過する場合，エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + QV(0, -\sqrt{3}a) = K_0 + QV(0, 0) \quad (K_0 > 0)$$

となる。ここで， K_0 は原点 O を通過する時の運動エネルギーである。 y 軸上では原点 O で位置エネルギーは最大値をとるので，原点 O を通過すれば荷電粒子は無限遠方まで到達する。 $K_0 > 0$ であるので，

$$\frac{1}{2}mv_0^2 > Q \left\{ V(0, 0) - V(0, -\sqrt{3}a) \right\} = \frac{kQq}{a}$$

$$\underline{v_0 > \sqrt{\frac{2kQq}{ma}}}$$

問 2

- (1) 荷電粒子の運動方程式は，加速度を $\vec{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y)$ とすると

$$m\vec{\alpha} = Q(\vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D)$$

で与えられる。成分で書くと

$$m\alpha_x = -2kQ \left(\frac{2q}{a^3} - \frac{q'}{b^3} \right) x \quad (1)$$

$$m\alpha_y = -2kQ \left(\frac{2q'}{b^3} - \frac{q}{a^3} \right) y \quad (2)$$

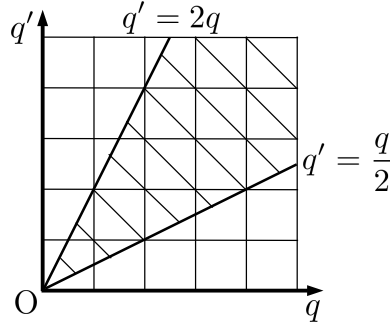
x 軸方向の運動が $x = 0$ を中心とする単振動となるためには、式 (1) の右辺の括弧の中が正であり、 y 軸方向の運動が $y = 0$ を中心とする単振動となるためには、式 (2) の右辺の括弧の中が正である。すなわち

$$\frac{2q}{a^3} > \frac{q'}{b^3} \quad \text{かつ} \quad \frac{2q'}{b^3} > \frac{q}{a^3}$$

まとめると、 q , q' , a , b の満たす式は

$$2q > \left(\frac{a}{b} \right)^3 q' > \frac{q}{2}$$

特に $a = b$ の時は $2q > q' > q/2$ となり、下図の斜線領域で表される。ただし、境界は含まない。



荷電粒子が原点 O を通過する運動に限定して考察した答案についても評価した。

(2) 式 (1) と (2) より、 x 軸方向の単振動の角振動数 ω_x と y 軸方向の単振動の角振動数 ω_y は以下のよう to 与えられる。

$$\omega_x = \sqrt{\frac{2kQ}{m} \left(\frac{2q}{a^3} - \frac{q'}{b^3} \right)}, \quad \omega_y = \sqrt{\frac{2kQ}{m} \left(\frac{2q'}{b^3} - \frac{q}{a^3} \right)}$$

したがって、単振動の周期は

$$T_x = \frac{2\pi}{\omega_x} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2kQ}{m} \left(\frac{2q}{a^3} - \frac{q'}{b^3} \right)}}$$

$$T_y = \frac{2\pi}{\omega_y} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2kQ}{m} \left(\frac{2q'}{b^3} - \frac{q}{a^3} \right)}}$$

で与えられる。

Ⅲ 出題意図：音のドップラー効果に関して基本的な事柄を理解しているかどうかを問うた。

問 1

- (1) 静止した観測者に音源が近づいているときのドップラー効果を考えると,

$$\text{観測者が聞く音の振動数 } f_1 \text{ は } f_1 = \frac{V}{V-v}f \text{ となる。}$$

- (2) 音源が静止しているときに静止した観測者が聞く音の振動数は、音源の出す音の振動数 f と同じである。 f_1 と f との差を考えると $V > v > 0$ なので,

$$f_1 - f = \frac{V}{V-v}f - \frac{V-v}{V-v}f = \frac{v}{V-v}f > 0 \quad \text{したがって } f_1 > f$$

振動数の大きい音の方が高く聞こえるので、音源が近づいているときの音が高く聞こえる。

- (3) $n = |f_1 - f| = \frac{v}{V-v}f$ であるから、この式を変形して

$$nV - nv = vf, \quad nV = (n+f)v \text{ となるので, } v = \frac{n}{n+f}V \text{ となる。}$$

問 2

- (1) 静止した観測者に音源が近づいているときのドップラー効果に風の影響を考慮すると,

$$f_2 = \frac{V+w}{V+w-v}f \text{ となる。}$$

- (2) 静止した観測者から音源が遠ざかっているときのドップラー効果に風の影響を考慮すると,

$$f_3 = \frac{V-w}{V-w+v}f \text{ となる。}$$

(3) $w = v + \varepsilon$ を用いて, N を書き表すと,

$$\begin{aligned} N = |f_3 - f_2| &= \left| \frac{V - v - \varepsilon}{V - \varepsilon} f - \frac{V + v + \varepsilon}{V + \varepsilon} f \right| \\ &= \left| -\frac{2vVf}{(V + \varepsilon)(V - \varepsilon)} \right| = \frac{2vVf}{(V + \varepsilon)(V - \varepsilon)} \end{aligned}$$

となる。したがって $v = \frac{N(V^2 - \varepsilon^2)}{2Vf}$

(4) (3) の結果を利用する。音源の速さと風速が同じなので $w = v$ である。

このとき $\varepsilon = 0$ であるから, $v = \frac{NV^2}{2Vf} = \frac{NV}{2f}$ である。

$N = 20 \text{ Hz}$, $V = 340 \text{ m/s}$, $f = 340 \text{ Hz}$, を代入して, $v = \frac{20 \times 340}{2 \times 340} = \underline{10 \text{ m/s}}$